

加工硬化を考慮した角筒の純曲げ崩壊に関する研究*

増田健一^{*1}, 陳玳^{*2}, 尾崎伸吾^{*3}

Study on Pure Bending Collapse of Square Tubes in Consideration of Work-hardening Effect

Kenichi MASUDA, Dai-Heng CHEN^{*4}, and Shingo OZAKI^{*4} Department of Mechanical Engineering, Tokyo University of Science,
1-3 Kagurazaka, Shinjuku-ku, Tokyo, 162-8601, Japan

In this paper, the elastoplastic collapse of square tubes subjected to the statically pure bending is studied by using the finite element method (FEM). It is found that there are three types of collapse modes. The first type is a collapse mode due to buckling at the compression side. The second type is a collapse mode due to flattening of the cross section. The third type is a collapse mode by mixing the first type and the second one. Based on these facts, approximate numerical methods to estimate the maximum moment of these collapse modes are proposed, and their validity are verified by comparing with numerical results of FEM.

Key Words : Pure Bending, Flattening, Buckling, Collapse, Square Tube, FEM, Work-hardening

1. 緒 言

角筒の純曲げにおける最大モーメントの予測は Kecman⁽¹⁾ によって提案され、近年までこの手法が用いられており⁽²⁾, エネルギー吸収部材に関する本としてもまとめられている⁽³⁾. Kecman の手法⁽¹⁾ では、角筒の純曲げにおける崩壊を、薄肉の場合は薄肉板の有効幅を用いて予測し、厚肉の場合は材料を剛完全塑性体とし全断面塑性モーメントによって予測したものである。Kecman の実験に用いられている材料は加工硬化が小さい軟鋼であるため、降伏応力を応力の限界とした全断面塑性モーメントによる予測と実験結果はよく一致する。しかし、加工硬化が大きいアルミニウム合金などの材料では、降伏応力を応力の限界とすることができないため Kecman の手法を用いることができなく、加工硬化を考慮した角筒の純曲げ崩壊に関する研究は必要である。

一方、著者ら⁽⁴⁾ は先に、アルミニウム合金材を用いて円筒の純曲げ実験を行った Kyriakides ら⁽⁵⁾ の研究に対して、有限要素法による円筒曲げの数値シミュレーション解析を行い、Kyriakides らの試験結果との

比較によって数値解析手法の有効性を確認しながら、円筒の純曲げ崩壊における扁平現象の重要性を指摘した。そこで本研究では、角筒の純曲げ崩壊に対して、先に行った研究⁽⁴⁾ と同様に有限要素法による数値シミュレーション解析を行い、FEM の数値解析結果に基づいて、曲げ崩壊に及ぼす角筒幾何形状ならびに材料の加工硬化特性の影響などを明らかにしながら、加工硬化を考慮した角筒の純曲げ崩壊のメカニズムについて検討を行う。

2. 解 析 方 法

有限要素法汎用ソフト MSC.Marc を用い、図 1 に示す長さ L 、肉厚 t 、横断面の横幅 c_1 、高さ c_2 の薄肉角筒の右端を剛体板に固定する。今回は正方形角筒に関する研究であるので、 $c_1 = c_2$ とする。左端には Guarracino⁽⁶⁾ と同様に端部のめぐれを防ぐために、変形できない蓋として、肉厚 $5t$ の蓋を設け、蓋部分に z 軸回りの回転変位を与える。材料モデルに関して、円筒曲げの場合は Corona ら⁽⁷⁾ が示すように異方性材料が変形挙動に影響を与える研究報告が示されているが、本研究では角筒曲げの場合は加工硬化を考慮した材料モデルでさえ系統的な研究が少ないことから、まず、等方・均質な弾塑性材料について、塑性降伏条件としてミーゼスの降伏条件を用いて、角筒の曲げに伴う塑性大変形解析を行う。塑性降伏後の応力-ひずみ関係は、次式

* 原稿受付 2008 年 4 月 11 日。

^{*1} 正員, 東京理科大学大学院工学研究科 (〒 162-8601 東京都新宿区神楽坂 1 - 3)^{*2} 正員, フェロー, 東京理科大学大学院工学部^{*3} 正員, 横浜国立大学大学院工学研究院 (〒 240-8501 神奈川県横浜市保土ヶ谷区常盤台 79-5)

Email: chend@rs.kagu.tus.ac.jp

$$\sigma = \sigma_Y + E_h \left(\varepsilon - \frac{\sigma_Y}{E} \right) = \frac{E - E_h}{E} \sigma_Y + E_h \varepsilon \quad (1)$$

で示すような、加工硬化係数 E_h が一定な線形硬化則を用いる。ここに、 E は縦弾性係数、 σ_Y は降伏応力であり、本研究では、とくに断らない限り、 $E = 72.4 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ とする。

非線形挙動の定式化としてアップデテッドラグランジュ法を用いて大変形挙動を考慮し、平衡方程式を満たすための修正計算法としてニュートン・ラプソン法を採用している。モデル化に際しては、曲げ変形が滑らかに生じるように、横断面一辺の長さに対して 20 分割、軸方向には、各分割要素がほぼ正方形となるように分割して、四辺形双一次厚肉シェル要素を用いて有限要素離散化している。

また、角筒曲げの最大モーメントは両端の境界条件の影響も受け角筒の長さによって異なる場合があるが、本研究では、両端の境界条件の影響をほぼ受けないように、十分長い角筒を用い、解析において長さ比 $L/c_1 = 12$ としている。

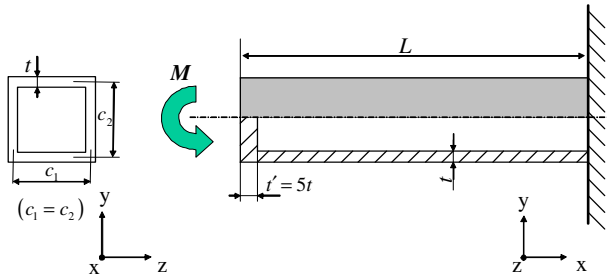


Fig. 1 Analyzed model of square tube subjected to pure bending

3. 解析結果および検討

3.1 Kecman の手法との比較 まず、Kecman⁽¹⁾,⁽³⁾ が提案する最大モーメント M_{max} の予測式を示す。角筒における曲げ崩壊時の圧縮側の面に生じる座屈応力 σ_{buc} は次式

$$\sigma_{buc} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(5.23 + 0.16 \frac{a}{b} \right) \left(\frac{t}{a} \right)^2 \quad (2)$$

で示され、ここで a が圧縮側と引っ張り側の面の幅、 b が側面の高さであり、 $a = c_1 + t$ 、 $b = c_2 + t$ である。

角筒の純曲げにおける最大モーメント M_{max} は、座屈応力 σ_{buc} と降伏応力 σ_Y の大小関係によって次の 3 つの場合に分けて予測される⁽³⁾。

(1) $\sigma_{buc} < \sigma_Y$ の場合

この場合、圧縮側の底面に弾性座屈が発生し、座屈の後、両縁での応力がさらに降伏応力まで上昇する。Kecman はこのことを考慮するために次式

Fig. 2 Schematic representation of axial stress distribution proposed by Kecman⁽³⁾: (a) $\sigma_{buc} < \sigma_Y$; (b) $\sigma_{buc} \geq 2\sigma_Y$; (c) $\sigma_Y \leq \sigma_{buc} < 2\sigma_Y$

$$a_e = a \left(0.7 \frac{\sigma_{buc}}{\sigma_Y} + 0.3 \right) \quad (3)$$

で定義される有効幅 a_e を導入し、断面における応力分布を図 2(a) のように仮定する。ここで y_1 は合力 0 の条件から得られた圧縮側の面から中立軸までの距離である。これによって角筒最大モーメント M_{max} は次式

$$M_{max} = \sigma_Y \cdot t \cdot b^2 \cdot \frac{2a + b + a_e \cdot \left(\frac{3a}{b} + 2 \right)}{3(a + b)} \quad (4)$$

で評価できる。

(2) $\sigma_{buc} \geq 2\sigma_Y$ の場合

この場合、断面における応力分布を図 2(b) のように仮定する。すなわち、角筒最大モーメント M_{max} は、断面の完全塑性モーメント M_p に等しいものとする。

$$M_{max} = M_p = \sigma_Y \cdot t \left[a(b - t) + 0.5(b - 2t)^2 \right] \quad (5)$$

(3) $\sigma_Y \leq \sigma_{buc} < 2\sigma_Y$ の場合

この場合、Kecman はまず、 $\sigma_{buc} = \sigma_Y$ のとき、断面における応力が図 2(c) のように分布することに基づいて、それに対応するモーメント M'_p を次式

$$M'_p = \sigma_Y \cdot t \cdot b \cdot \left(a + \frac{b}{3} \right) \quad (6)$$

のように求めた。そして、座屈応力が $\sigma_Y \leq \sigma_{buc} < 2\sigma_Y$ の場合の最大モーメント M_{max} は、図 2(b) と (c) の線形補間から定める。

$$M_{max} = M'_p + (M_p - M'_p) \frac{\sigma_{buc} - \sigma_Y}{\sigma_Y} \quad (7)$$

図 3 に、Kecman⁽¹⁾ が提案した式 (4)、(5)、(7) から得られる最大モーメント M_{max} の予測と、今回数値解

析によって得られた種々の加工硬化係数 E_h の材料に対する最大モーメントとを比較するため、 $c_1 = c_2 = 50\text{mm}$ 、 $L = 600\text{mm}$ 、 $\sigma_Y/E = 1/1000$ の角筒に対して、肉厚比 t/c_1 と最大モーメント M_{max} の関係を示す。図からわかるように、 $\sigma_{buc} \leq \sigma_Y$ の範囲では弾性座屈によって最大モーメント M_{max} が生じるため、加工硬化係数の違いにかかわらず Kecman⁽³⁾ の予測と FEM の結果はよく一致している。また、 $\sigma_{buc} > \sigma_Y$ の範囲では、Kecman⁽³⁾ の予測は降伏応力 σ_Y を応力の限界としているため、加工硬化係数比 $E_h/E = 0$ の弾完全塑性体での結果とはよく一致し、加工硬化係数比 E_h/E が大きくなると最大モーメント M_{max} の値は大きく異なる。このことから、加工硬化を考慮した最大モーメント M_{max} を正確に予測するには、まず加工硬化特性を有する材料の角筒に対して、その曲げ崩壊のメカニズムを明らかにしなければならない。

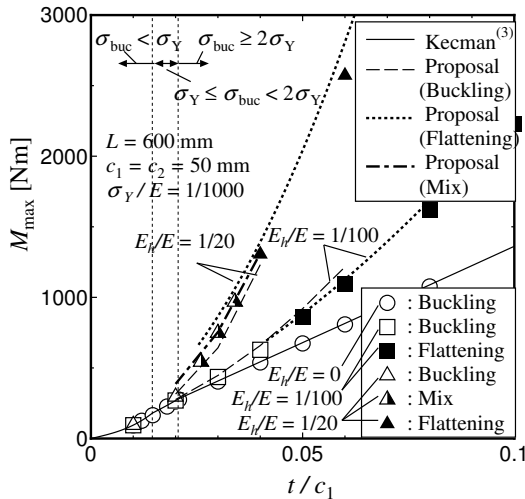


Fig. 3 Relation of t/c_1 and M_{max} by present FE analysis, Kecman's theory⁽³⁾ and proposal methods



Fig. 4 Deformed shape of elastic-perfectly plastic square tube ($t = 1\text{mm}$, $c_1 = 50\text{mm}$, $\sigma_Y/E = 1/1000$)

まず、加工硬化の有無による角筒曲げ変形の差異をみる。図 4 は Kecman の手法が適用できる、加工硬化がない場合 ($E_h = 0$) の角筒 ($t = 1\text{mm}$, $c_1 = 50\text{mm}$, $\sigma_Y/E = 1/1000$) の曲げ変形の様子を示す。この図のように、加工硬化がない場合、角筒の曲げ崩壊は圧縮側の角筒底面のある一箇所に局所的なひずみが集中する (1 個のしわが発生する)。これに対して、加工硬化を有する材料の場合、図 5 に示したように、その崩

壊過程において、それぞれ角筒の底面に 1 個、2 個以上、または 0 個のしわが発生したような異なる特徴をもつ、3 種類の崩壊様子が確認できる。以下、この 3 種類の角筒曲げ崩壊について検討を行う。

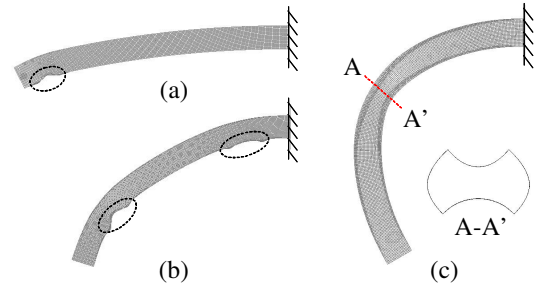


Fig. 5 Deformed shapes of three types of elastoplastic square tubes with $c_1 = 50\text{mm}$, $\sigma_Y/E = 1/1000$: (a) $t = 1.5\text{mm}$, $E_h/E = 1/100$; (b) $t = 1.5\text{mm}$, $E_h/E = 1/20$; (c) $t = 3.0\text{mm}$, $E_h/E = 1/100$

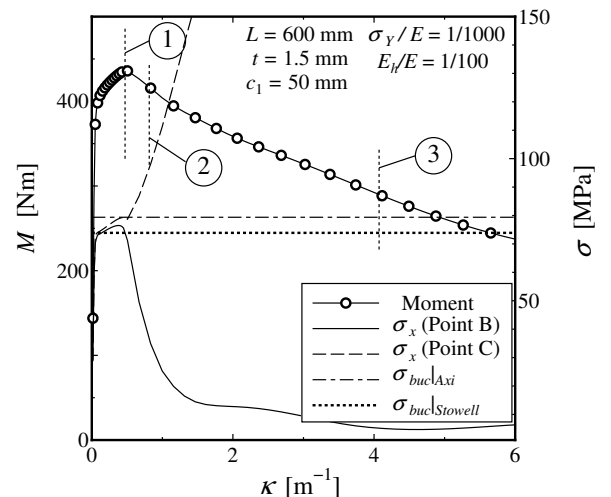


Fig. 6 Relations of κ and M, σ for the square tube (data after Fig.5(a))

3.2 底面の座屈による崩壊 図 6 に、底面の一箇所に 1 個のしわが発生した、図 5(a) の例について、角筒の曲率 κ とモーメント M との関係を示し、曲率 κ と圧縮側の面中央部の点 B および角部の点 C (図 7 の A-A' 断面を参照) での軸方向圧縮応力 σ_x (図では圧縮応力を正とする) との関係も合わせて示す。また、図 6 中の、で示した曲げ過程での変形の様子は図 7 に示す。図からわかるように、底面中央部の点 B の軸方向応力が最大になったとき (図中の 時点) に曲げモーメント M も最大値を示している。そして、曲げモーメントが最大値となった直後のにおいては、一箇所への変形集中が始まり、圧縮側の底面に凹みが見られ、それに対応して、点 B での軸方向応力 σ_x は降下し始める。このようなことから、曲げ

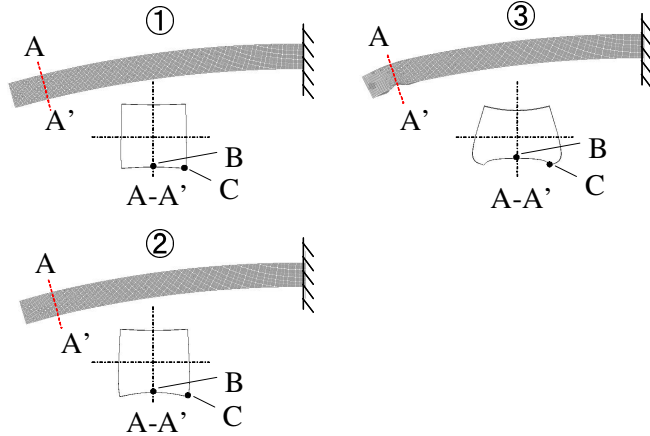


Fig. 7 Deformed shapes and cross-sections of the square tube shown in Fig.5(a)

荷重によって圧縮側の面が座屈することで最大モーメントが現れたと考えられる．このことを確認するために，図7の，での崩壊断面における軸方向応力分布を図8に示す．図から，最大モーメントのときでの圧縮側の底面および引張り側の上面の応力は絶対値がほぼ等しく，いずれも一様的に分布しているが，最大モーメントの直後では底面の中央部近傍に除荷が見られ，座屈が生じたことが理解できる．さらに，この座屈応力の値を検討するために，図6には，同じ材料，同じ断面寸法をもつ角筒の軸圧潰に対して行ったFEMの数値シミュレーション解析で求めた座屈応力の値 $\sigma_{buc}|_{Axi}$ および角筒の一枚の板に対して Stowell⁽⁸⁾の理論予測式

$$\sigma_{buc}|_{Stowell} = \frac{\pi^2}{9} E_s \left(2 + \sqrt{1 + 3 \frac{E_t}{E_s}} \right) \left(\frac{t}{w} \right)^2 \quad (8)$$

によって求めた，両縁単純支持の境界条件下での座屈応力の値 $\sigma_{buc}|_{Stowell}$ も示している．ここで， w は板の幅， $E_s (= \sigma/\epsilon)$ はセカント係数， E_t は塑性硬化係数である．図からわかるように，純曲げを受ける角筒の底面の座屈応力の値は，軸圧潰を受ける角筒の座屈応力 $\sigma_{buc}|_{Axi}$ にほぼ等しい．したがって，最大モーメントのときの断面における応力分布は図9のように Kecmanの応力分布 2(b) の降伏応力 σ_Y を角筒軸圧潰の座屈応力 $\sigma_{buc}|_{Axi}$ に置き換えることによって近似することができる．図9に示した応力分布に基づけば，この場合角筒の純曲げにおける最大モーメントは，式(5)の降伏応力 σ_Y を角筒軸圧潰の座屈応力 $\sigma_{buc}|_{Axi}$ に置き換えた次式

$$M_{max} = \sigma_{buc}|_{Axi} \cdot t \left[a(b-t) + 0.5(b-2t)^2 \right] \quad (9)$$

による予測が可能である．図3には，このような底面の座屈による崩壊の場合に対して，式(9)によって求め

た最大モーメントを破線で示す．図から，肉厚比 t/c_1 が小さい場合は式(9)とFEMの結果はよく一致するが， t/c_1 が大きい場合は式(9)の予測値とFEMの結果には違いが生じていることがわかる．これは， t/c_1 が大きい場合は崩壊メカニズムが底面の座屈によるものではないためである．

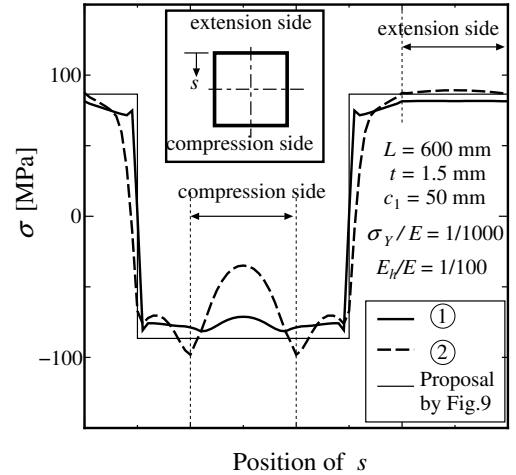


Fig. 8 Axial stress distribution at the collapse cross-section of the square tube shown in Fig.5(a)

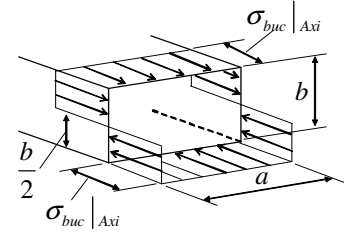


Fig. 9 Axial stress distribution of proposal method for the buckling collapse mode

また，図4に示した，加工硬化がない場合 ($E_h = 0$) について，ここでは紙面の関係で示していないが，図6~8と同じような検討によりその最大モーメントが図5(a)の場合と同様に底面の座屈による崩壊であることがわかる．便宜上このような崩壊モードを Buckling 型と呼ぶ．

3.3 上下面の扁平による崩壊 図10に，底面に座屈しわがみられない，図5(c)の例について，角筒の曲率 κ とモーメント M との関係を示し，曲率 κ と圧縮側の面中央部の点Bおよび角部の点Cでの軸方向圧縮応力 σ_x との関係も合わせて示す．また，図10中の，で示した曲げ過程での変形の様子は図11に示す．図からわかるように，曲げモーメントが最大値となった後では，圧縮側の面に座屈しわは生成されず，両端の拘束から最も離れた長さ方向中央の位置が崩壊断面となり，崩壊断面 A-A' はほぼ上下対称で大きく凹んでいる．また，底面中央部の点Bでの軸方向

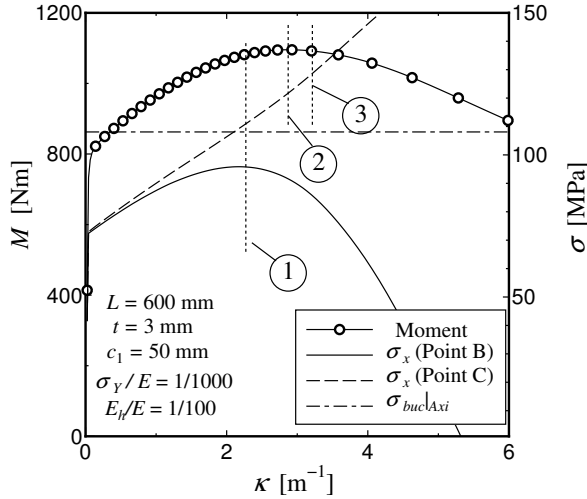


Fig. 10 Relations of κ and M, σ for the square tube (data after Fig.5(c))

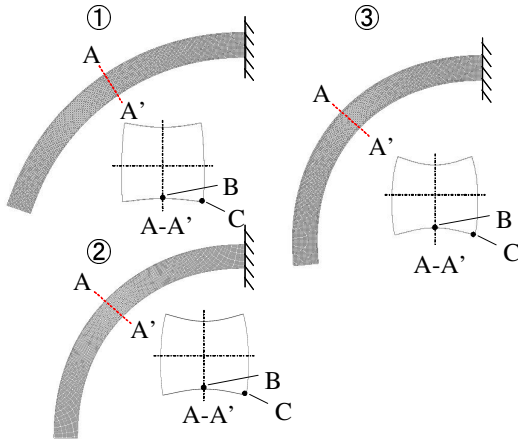


Fig. 11 Deformed shapes and cross-sections of the square tube shown in Fig.5(c)

応力 σ_x は、モーメントが最大となる前（図中の (1) ）で最大となったが、その値が、図に示した、同様な角筒の軸圧潰での座屈応力 $\sigma_{buc|Axi}$ より低いことから、この場合は底面の座屈が発生しなかったと推測できる。このことはさらに、断面における軸方向の応力分布およびひずみ分布からも理解される。図 10 の (2), (3) での崩壊断面における軸方向応力分布を図 12 に示す。また、図 10 の (2) での崩壊断面における軸方向ひずみ分布と崩壊断面 A-A' を上下対称と仮定し中心軸からの距離を y とした場合の軸方向ひずみを

$$\varepsilon = \kappa y \quad (10)$$

として得られたひずみ分布を図 13 に示す。図 12 に示すように、圧縮側の底面と引張り側の上面における応力分布がほぼ同じであることと、図 13 に示すように、モーメントが最大となった後の曲げ過程 (2) に対して、その軸方向のひずみ分布が、式 (10) から得られるひず

み分布とほぼ同じであること、などから圧縮側の底面に座屈が発生しなかったことが確認できる。便宜上このような崩壊モードを Flattening 型と呼ぶ。

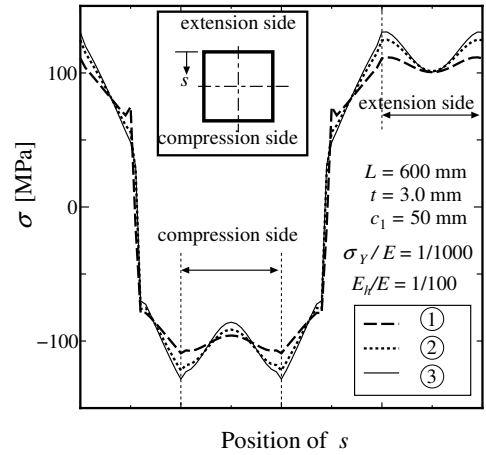


Fig. 12 Axial stress distribution at the collapse cross-section of the square tube shown in Fig.5(c)

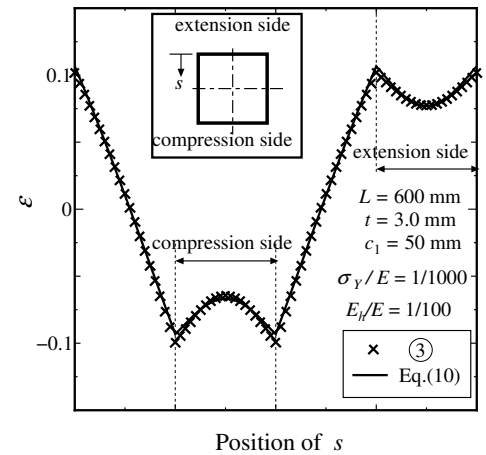


Fig. 13 Comparison of axial strain distribution between present FE analysis and Eq.(10)

このような扁平現象が顕著に見られる場合、曲げモーメントの最大値を予測するために、断面の扁平を定量的に把握しなければならない。そこでまず、扁平した断面の形状を見る。図 14 に図 11 (2) のときを例として FEM の数値解析で得た角筒の断面を示す。図からわかるように、扁平した断面は上下ほぼ対称であり、中央部での上下距離が最も短い。この距離を図示のように a_1 と記する。図には、4 つの曲率半径 ρ 、円心角 γ の円弧による断面形状の近似も点線で示している。曲率半径 ρ と円心角 γ は、円弧の長さが c_1 となり、中央部での上下距離が a_1 となるように、次の連立方程式

$$\begin{cases} c_1 = 2\gamma\rho \\ a_1 = 2\rho(\sin\gamma + \cos\gamma - 1) \end{cases} \quad (11)$$

から定める．図からわかるように，曲げ変形で扁平した角筒の断面は4つの同一曲率半径 ρ ，円心角 γ の円弧によってよく近似できる．このような近似を用いれば，角筒の曲げにおける形状の扁平は1つの指標 a_1 によって表される．なお，指標 a_1 については，図15に示すように，Flattening型の場合，材料の降伏応力や加工硬化特性などにあまり依存せず次の近似式

$$1 - a_1/c_1 = 0.038 \left(\frac{\kappa c_1^2}{t} \right)^2 \quad (12)$$

のように曲率 κ および断面寸法 t, c_1 の関数として求められる．

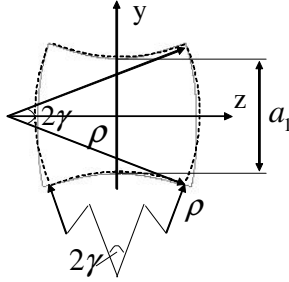


Fig. 14 Comparison of cross-sectional shape between present FE analysis and approximation by arcs

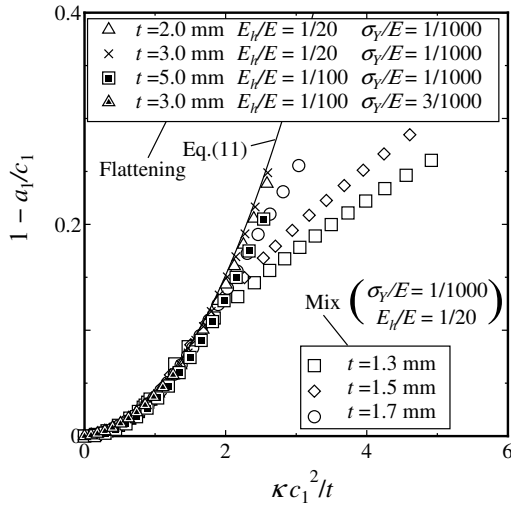


Fig. 15 Relation of $\kappa c_1^2/t$ and $1 - a_1/c_1$ for seven kinds of square tubes and Eq.(12)

したがって，式(11)および式(12)を用いれば，変形過程における曲げモーメント $M(\kappa)$ は次式

$$M(\kappa) = \oint_{\ell} \sigma(\kappa y) y t ds \quad (13)$$

のように κ の関数として計算できる．ここに， ℓ は扁平した断面板の中心線による閉曲線， y はその閉曲線の各点から中心軸への距離であり，また $\sigma(\epsilon)$ は材料の応力ひずみ関係式である．図16は， $t = 2.0 \text{ mm}$ ， $E_h/E = 1/20$ と $t = 3.0 \text{ mm}$ ， $E_h/E = 1/100$ の2種類の角筒に対

して，式(13)によって求めたモーメント $M(\kappa)$ の変化を示すものである．図からわかるように，扁平を考慮したことで，モーメントと曲率の関係曲線に最大値が現れる．すなわち，曲げ応力が曲率の増加に伴い増加するが，扁平によってはその応力の増加率が減少すると同時に，同じ応力に対応するモーメントも減少するため，断面が扁平になっていく過程で曲げモーメントが最大値となり減少に転ずる．図3には，このような方法で求めた最大モーメントを点線で示す．図から式(13)による予測値と Flattening 型になる FEM の結果はよく一致していることがわかる．

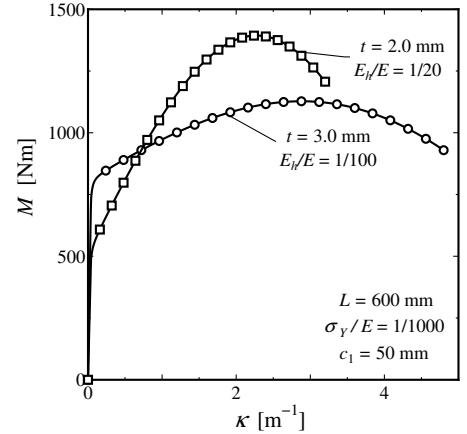


Fig. 16 Relation of κ and M obtained by Eq.(13)

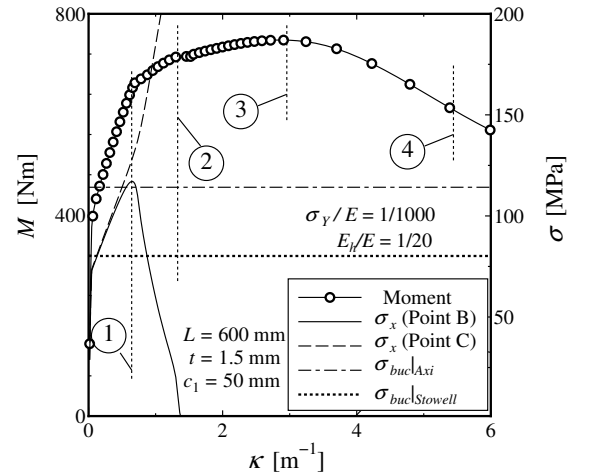


Fig. 17 Relations of κ and M, σ for the square tube (data after Fig.5(b))

3.4 座屈と扁平の合同影響による崩壊 図17に，底面に数個のしわが発生した，図5(b)の例について，角筒の曲率 κ とモーメント M との関係を示し，曲率 κ と圧縮側の面中央部の点Bおよび角部の点Cでの軸方向圧縮応力 σ_x との関係も合わせて示す．また，図17中の，，，で示した変形過程での変形の様子は図18に示す．図からわかるように，曲げモー

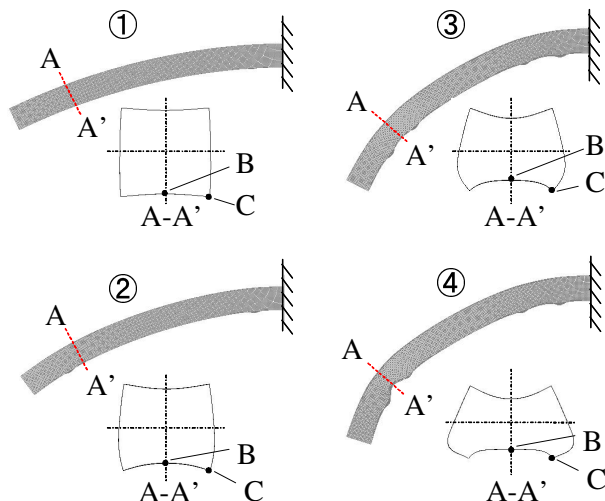


Fig. 18 Deformed shapes and cross-sections of the square tube shown in Fig.5(b)

ントが最大値となる前のです。すでにしわが確認でき、モーメントが最大値となるでは数個のしわが確認できる。つまり、の時点で1個のしわが生じて、その後モーメントが上昇する過程においては変形はそこに集中するのではなく、他の場所に局所的なしわを形成していき、最終的にはある1つのしわに変形が集中し崩壊に至る。また、図17には、同様な角筒の軸圧潰における座屈応力 $\sigma_{buc|Axi}$ の値も示している。図からわかるように、底面の点Bでの軸方向応力 σ_x は角筒軸圧潰での座屈応力 $\sigma_{buc|Axi}$ の値に達し、圧縮側の面に座屈が生じる。ただし、この場合は、図5(a)で示した座屈による崩壊の場合と異なり、圧縮側の面が座屈した後でもモーメントの値は上昇していくため、変形がさらにこのしわが発生したところに集中することができなく、他のしわがまだ生じていないところに新たなしわが発生することとなる。このことは図5(a)、(b)と同じ材料、同じ断面の角筒の軸圧潰における荷重の変化から理解される。図19に図5(a)、(b)と同じ材料、同じ断面の角筒の軸圧潰における変位 U_x と圧縮応力 σ_x との関係を示し、 $U_x = 5\text{mm}$ のときの両者の変形の様子も合わせて示す。ここで、圧縮応力 σ_x とは、軸方向の圧縮荷重 P_x を角筒の実断面積 $4c_1t$ で除したものである。この図からわかるように、図5(a)と同じ角筒 ($E_h/E = 1/100$) の軸圧潰では座屈応力 σ_{buc} が限界応力 σ_{cr} となり、 $U_x = 5\text{mm}$ のときの変形の様子は1個のしわに変形が集中しているのに対し、図5(b)と同じ角筒 ($E_h/E = 1/20$) の軸圧潰では座屈応力 σ_{buc} を過ぎても限界応力 σ_{cr} まで応力は上がり続け、 $U_x = 5\text{mm}$ のときの変形の様子は1個のしわに変形が集中するのではなく、数個のしわ(図では2個のしわ)が

形成されている。

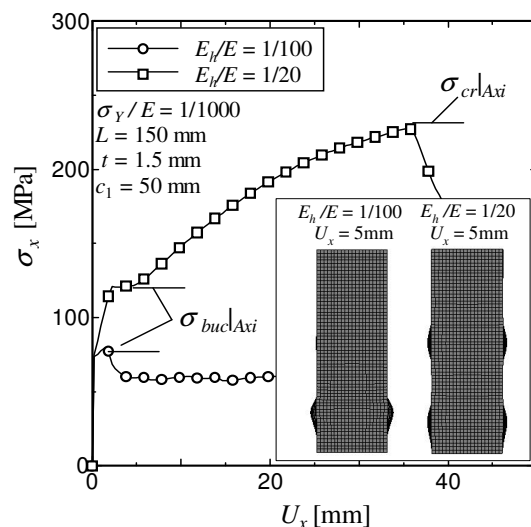


Fig. 19 Relation of U_x and σ for same square tubes with Fig.5(a) and (b) under axial compression

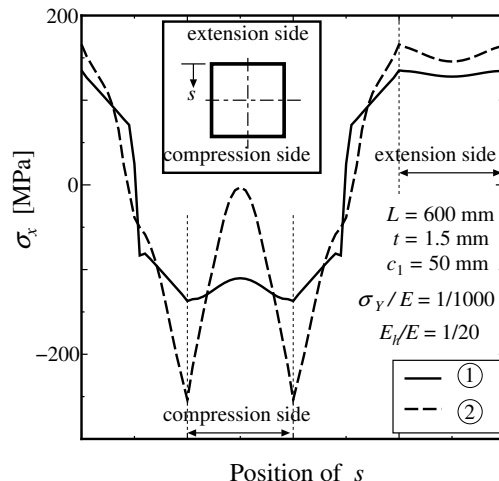


Fig. 20 Axial stress distribution at the collapse cross-section of the square tube shown in Fig.5(b)

図20に図17中の、のときの崩壊断面の応力分布を示す。この図からわかるように、圧縮側の面中央部の応力は座屈によって除荷されているが角部付近ではひずみ集中により応力が上昇している。すなわち、座屈による崩壊の場合と異なり、材料の加工硬化係数が大きいため、応力上昇の割合は応力除荷の割合を上回り、全体としての応力は増加し、モーメントも増加しているものと考えられる。また、この場合、モーメントが最大となるときの(図18の)の断面形状から扁平による影響も大きいことがわかる。すなわち、この場合において、底面が塑性座屈した後でも加工硬化により底面の受け持つ応力全体が依然として上昇するので、座屈による崩壊の場合と異なり、モーメントはすぐには最大値にならないが、その後、底面の受け持

つ応力全体の上昇率が座屈前より低下したことに加えて、扁平によりモーメントの昇がさらに低下したため、最終的にモーメントが最大となり減少に転じた。したがって、この場合の曲げモーメントの最大値を予測するために、塑性座屈した後の底面の応力上昇、および曲げ変形に伴う断面の扁平を定量的に把握しなければならない。しかし、これは非常に困難である。例えば、断面の扁平については、図 18 の からわかるように、底面が先に座屈したため、扁平した断面の形状は明らかに上下が異なる。また、上下面の最短距離 a_1 の曲率の増加に伴う変化を図で整理すると、図 15 に示すように、座屈が発生しなければ、各計算値は厚さ t にほぼ依存せず一本の曲線の上にのるが、座屈が発生する場合（図中の $t = 1.3, 1.5, 1.7$ ），座屈により異なる挙動となる。便宜上このような崩壊モードを Mix 型と呼ぶ。

このような Mix 型の場合、現象に基づいて曲げモーメントの最大値を予測することは困難であるが、Buckling 型と Flattening 型の予測値の平均を用いて工学的に求めることは可能である。図 3 には、Buckling 型と Flattening 型の予測値の平均値を一点鎖線で示す。図から、Buckling 型と Flattening 型の予測値の平均値と Mix 型になる FEM の結果はよく一致する。

3.5 まとめ 以上の検討からわかるように、加工硬化がない弾完全塑性材での曲げ崩壊メカニズムは、座屈による崩壊だけであるが、加工硬化を有する材料の場合、図 5 にみられる、曲げモーメントが最大となる直後にしわが 1 個、数個または 0 個が発生する、3 種類の異なる曲げ崩壊のメカニズムが存在する。それは、それぞれ座屈による崩壊、扁平による崩壊、座屈と扁平の両方による崩壊である。図 21 は角筒純曲げにおいて生じる崩壊モードを肉厚比 t/c_1 と加工硬化係数比 E_h/E との関係で示したものである。図からわかるように、肉厚比 t/c_1 が大きいと Flattening 型（図中の ○），肉厚比 t/c_1 が小さく、加工硬化係数比 E_h/E が小さいと Buckling 型（図中の □）になりやすく、肉厚比 t/c_1 が小さく、加工硬化係数比 E_h/E が大きいと Mix 型（図中の △）になりやすい。

4. 結 言

本研究では、有限要素法による弾塑性数値解析を行い、角筒の曲げ崩壊に関する検討を行った。その結果、加工硬化を有する場合の曲げ崩壊メカニズムは 3 種類あり、それらは、座屈による崩壊（Buckling 型）、扁平による崩壊（Flattening 型）、座屈と扁平の両方による崩壊（Mix 型）であることがわかった。Buckling 型

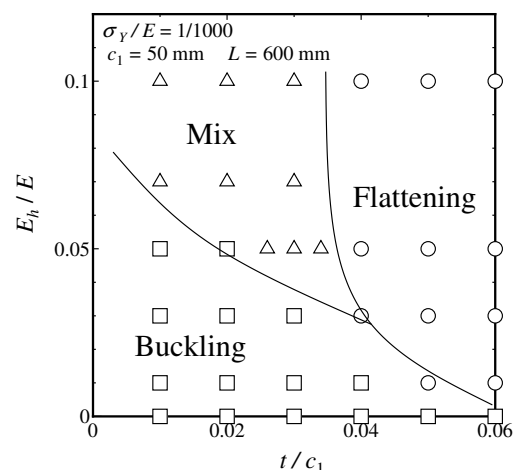


Fig. 21 Collapse mode classification chart of square tube in $(t/c_1 - E_h/E)$ plane

の場合、曲げモーメントの最大値は、同じ材料、同じ断面の角筒軸圧潰における座屈応力 $\sigma_{buc}|_{Axi}$ を用いて予測することが可能であり、Flattening 型の場合、曲げモーメントの最大値は、扁平曲線（曲率 κ と扁平具合の関係）を用いて予測することが可能であり、Mix 型の場合、現象に基づいて曲げモーメントの最大値を予測することは困難であるが、Buckling 型と Flattening 型の予測値の平均を用いて工学的に求めることは可能である。

文 献

- (1) Kecman, D., Bending collapse of rectangular and square section tubes, International Journal of Mechanical Sciences, Vol.25, (1983), pp.623-36.
- (2) Kim, T. H., Reid, S. R., Bending collapse of thin-walled rectangular section columns, Computers and Structures, Vol.79, (2001), pp.1897-1911.
- (3) Lu, G., Yu, T. X., Energy absorption of structures and materials, Section 5,(2003)
- (4) Chen, D. et al., Study on Elastoplastic Pure Bending Collapse of Cylindrical Tubes, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series A, Vol.74, No.740(2008), pp.520-527.
- (5) Kyriakides, S. and Ju G. T., Bifurcation and localization instabilities in cylindrical shells under bending- , . Experiments,Predictions International Journal of Solids and Structures, Vol.29, (1992), pp.1117-1171.
- (6) Guarracino, F., On the analysis of cylindrical tubes under flexure: theoretical formulations, experimental data and finite element analyses, Thin-Walled Structures, Vol.41, (2003), pp.127-147.
- (7) Corona, E. et al., Yield anisotropy effects on buckling of circular tubes under bending, International Journal of Solids and Structures, Vol.43, (2006), pp.7099-7118.
- (8) Stowell, E.Z., A unified theory of plastic buckling of columns and plate, Nat. Adv. Comm. Aeronaut., Technical Note No.1556,(1948).